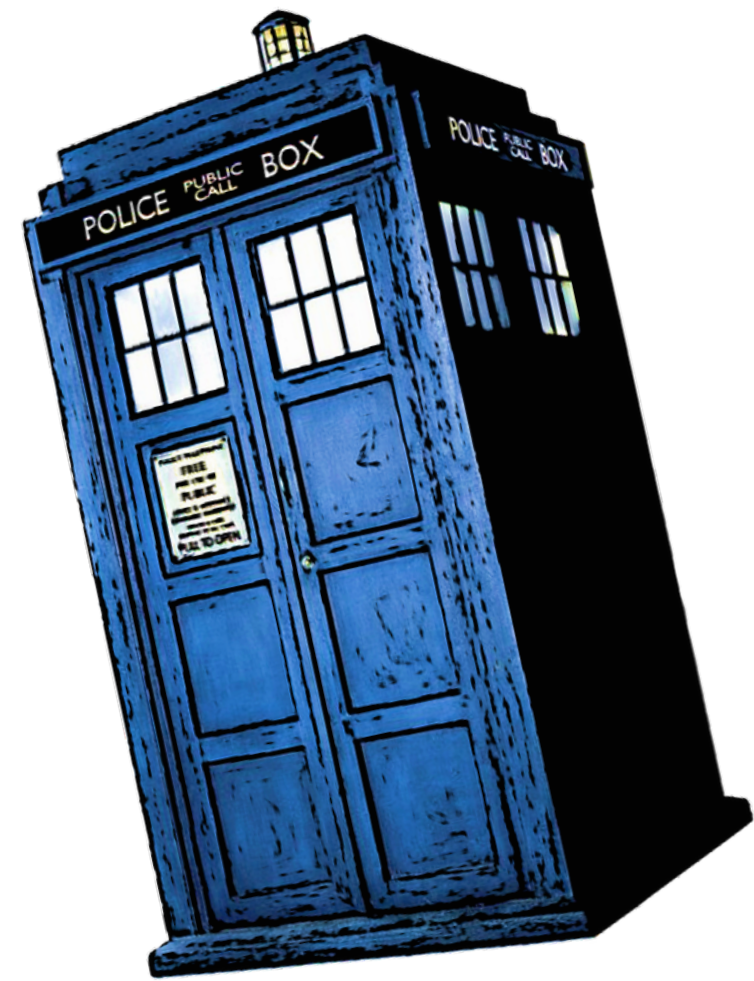


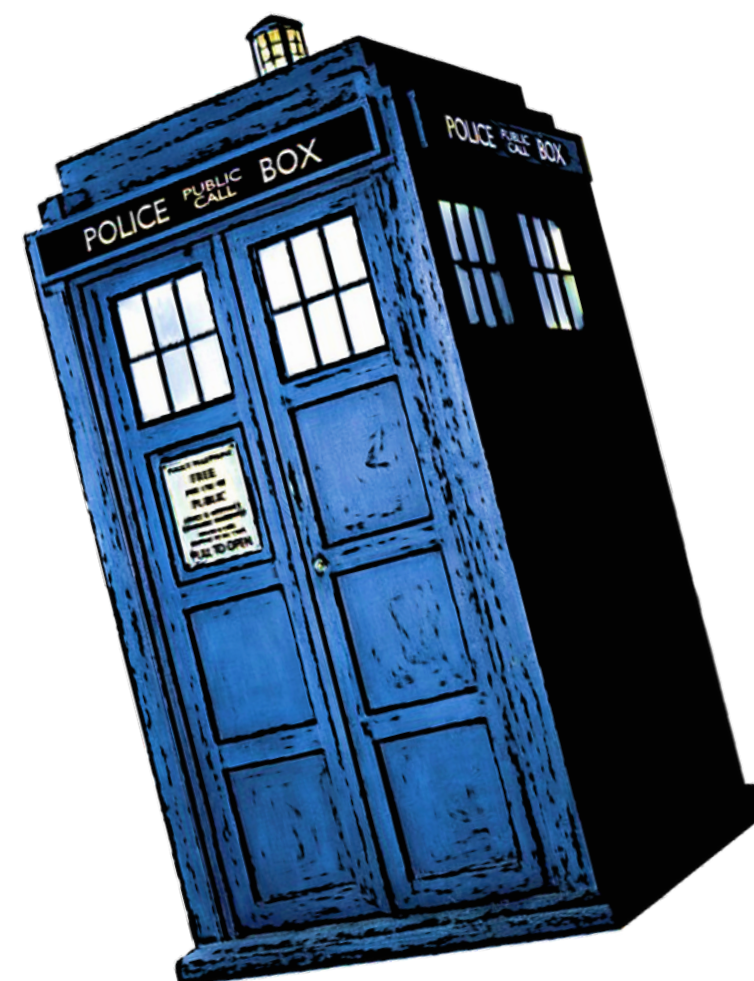
Orígenes de la simulación estocástica



Orígenes



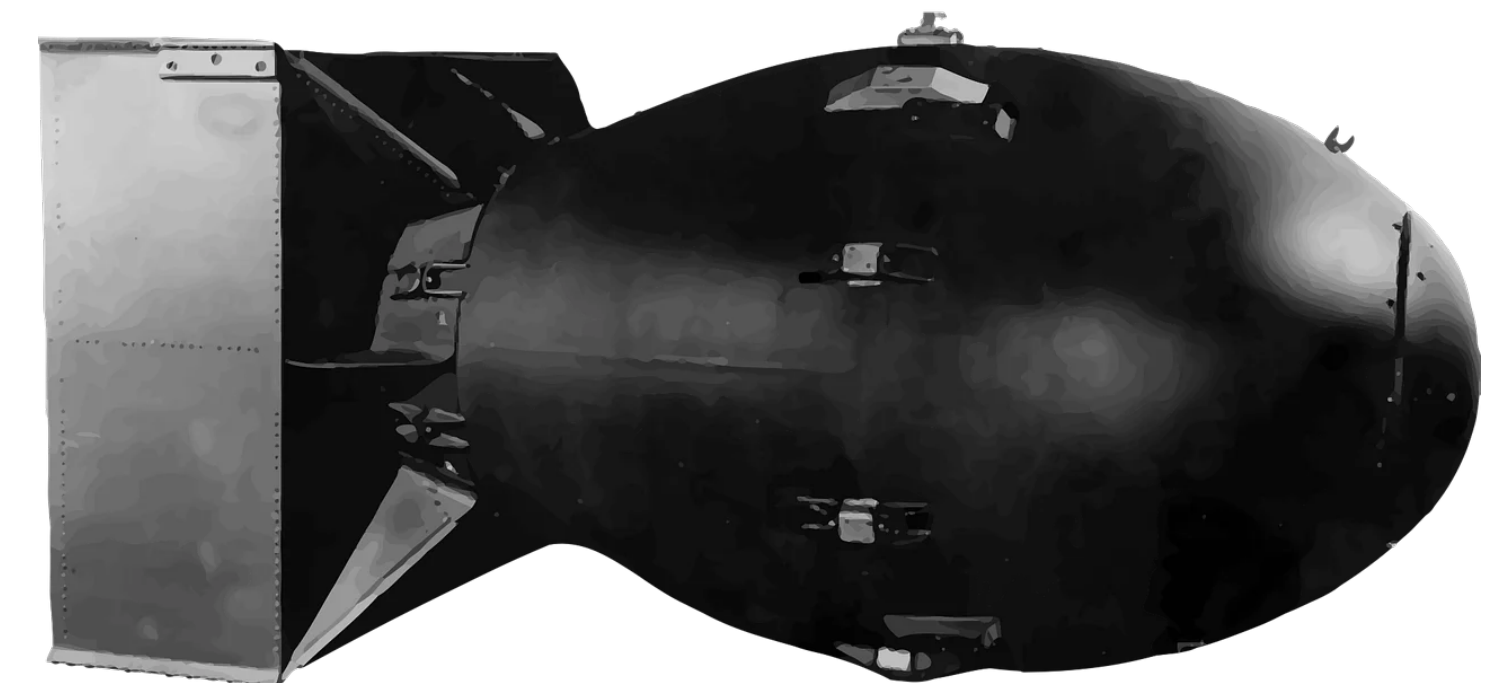
1940's



2026

Proyecto Manhattan

- Proyecto de investigación y de desarrollo de armas nucleares (1942-1946)
- (Algunos) Integrantes:
 - Stan Ulman
 - John von Neumann
 - Nicholas Metropolis
 - Augusta H. Teller
 - Edward Teller

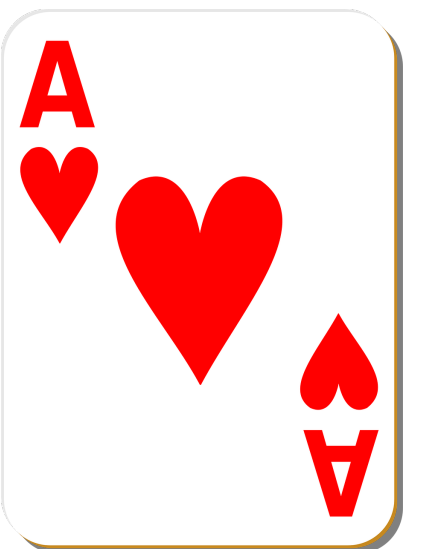


Método de Monte Carlo (MC)

- ▶ En 1946, Stan Ulman y John von Neumann desarrollaron el método de MC

The first thoughts and attempts I made to practice [the Monte Carlo Method] were suggested by a question which occurred to me in 1946 as I was convalescing from an illness and playing solitaires. The question was what are the chances that a [Canfield solitaire](#) laid out with 52 cards will come out successfully? After spending a lot of time trying to estimate them by pure combinatorial calculations, I wondered whether a more practical method than "abstract thinking" might not be to lay it out say one hundred times and simply observe and count the number of successful plays. This was already possible to envisage with the beginning of the new era of fast computers, and I immediately thought of problems of neutron diffusion and other questions of mathematical physics, and more generally how to change processes described by certain differential equations into an equivalent form interpretable as a succession of random operations. Later [in 1946], I described the idea to [John von Neumann](#), and we began to plan actual calculations.^[21]

- ▶ El nombre de Monte Carlo fue propuesto por Nicholas Metropolis
- ▶ Revolución en todas las áreas científicas



Inicios de los métodos MCMC

Métodos de Monte Carlo vía cadenas de Markov (MCMC, por sus siglas en inglés)

- ▶ (1953) Algoritmo Metropolis desarrollado por Nicholas Metropolis, Augusta H. Teller, Edward Teller, Arianna Rosenbluth y Marshall Rosenbluth
- ▶ (1970) Algoritmo Hastings desarrollado por W.K. Hastings (generalización del de Metropolis y actualmente conocido como Metropolis-Hastings).
- ▶ (1984) Muestreo de Gibbs desarrollado por Stuart y Donal Geman

En la era moderna

¿Cómo estimar integrales complicadas?

- Monte Carlo (MC)
- Quasi Monte Carlo (QMC)

¿Cómo muestrear de una distribución compleja?

- MCMC clásicos
- MCMC modernos como:
 - Monte Carlo de Langevin (LMC)
 - Monte Carlo hamiltoniano (HMC)
 - Monte Carlo hamiltoniano en variedades riemannianas (RHMC MC)



En la era moderna

¿Cómo estimar estados dinámicos?

- ▶ Monte carlo secuencial (SMC)
- ▶ Filtros de partículas

¿Cómo simulamos sistemas aleatorios?

- ▶ Ecuaciones diferenciales estocásticas (SDE)
- ▶ Métodos basados en agentes
- ▶ Simulación de eventos raros



En la era moderna

¿Cómo hacemos de manera escalable y eficiente?

- Programación probabilística
- Programación en paralelo

¿En dónde se aplica? ¡En todos lados!

- Estadística bayesiana
- Machine learning e inteligencia artificial
- Finanzas
- Robótica
- Ciencias genómicas, bioestadística, epidemiología



¿Qué buscamos?

La idea de la simulación es:

- ▶ **Formular** un problema real, fenómeno o sistema como un modelo matemático
- ▶ **Analizar** el modelo para poder determinar:
 - Qué se puede resolver de forma analítica
 - Qué se debe resolver mediante técnicas numéricas y simulación
- ▶ **Diseñar e implementar** un algoritmo computacional que aproxime la solución
- ▶ **Interpretar** los resultados



Ejemplo: La aguja de Buffon

El problema de la aguja de Buffon (1777)

- ▶ Sea una aguja de longitud l lanzada sobre un plano segmentado por líneas paralelas separadas t unidades. ¿Cuál es la probabilidad que la aguja cruce alguna línea?
- ▶ Si $l < t$, se tiene que:

$$P = \mathbb{P}(\text{Aguja cruce línea}) = \frac{2l}{t\pi}$$

- ▶ Se puede aproximar a π como:

$$\pi \approx \frac{2l}{t \widehat{P}}$$

El problema de la aguja de Buffon (1777)

- ▶ Tiene solución analítica pero igual se puede resolver de forma numérica.

- ▶ Para esto debemos aproximar a $P = \mathbb{P}(\text{Aguja cruce línea})$ como sigue:

1. Generar el plano segmentado

2. Lanzar n agujas y contar cuántas cruzan c

3. Estimar a P como $\hat{P} = \frac{c}{n}$

4. Aproximar a $\pi \approx \frac{2l}{t \hat{P}}$



El problema de la aguja de Buffon (1777)

¿Cómo le decimos a la computadora que haga todo eso?

- ¿Qué necesita conocer?
 - Número (N) y el tamaño de los segmentos (t)
 - La longitud de las agujas (l) y cuántas se van a aventar (n)
- ¿Qué necesita simular?
 - La posición de las agujas en el plano, ¿cómo?
- ¿Qué necesita calcular?
 - El número de cruces, ¿cómo sabemos que cruza?



El problema de la aguja de Buffon (1777)

Pseudocódigo

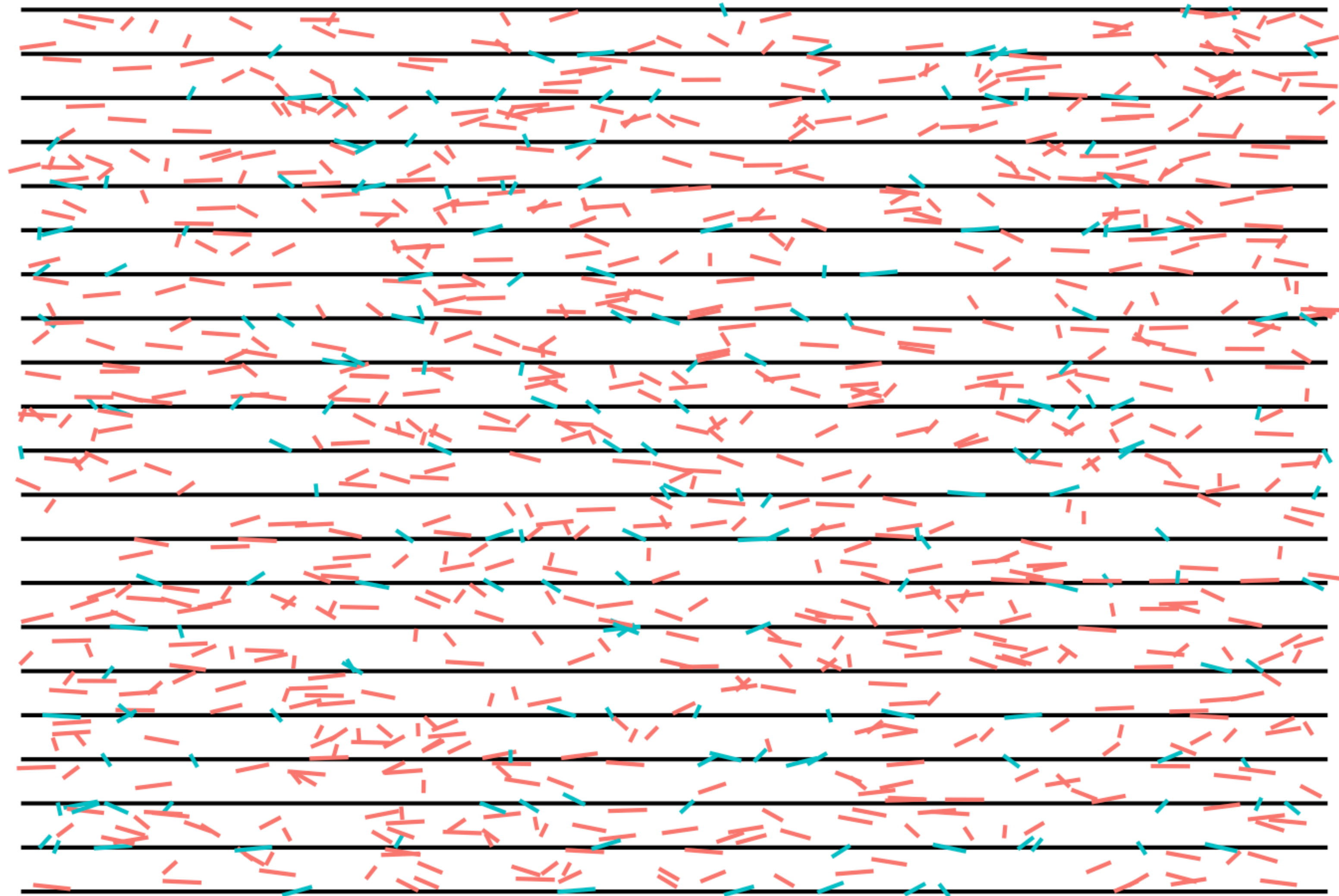
- Inputs: N, t, l, n
- Para $i = 1, \dots, n$
 - Muestrear el centro de la aguja y el ángulo que forma
 - Obtener el punto inicial y final de la aguja
 - Definir $c_i = 1$ si la aguja cruza y $c_i = 0$ si no cruza
- Outputs:

$$P = \frac{\sum_{i=1}^n c_i}{n}$$



El problema de la aguja de Buffon (1777)

Para $N = 20$, $t = 1$, $l = 0.3$ y $n = 1000$



El problema de la aguja de Buffon (1777)

Hay $c = 192$ cruces por lo que $\hat{P} = 0.192$ y $\pi \approx 3.125$

